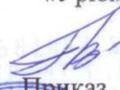


**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Министерство образования и науки Республики Татарстан**

**Муниципальное казенное учреждение «Исполнительный комитет Тетюшского  
муниципального района Республики Татарстан»**

**МБОУ "Урюмская СОШ"**

<p>«Рассмотрено» Педагогическом совете школы Протокол № 1 от 15.08.2023 г</p>	<p>«Согласовано» Зам директора по УР МБОУ «Урюмская СОШ» 15.08.2023 г</p>	<p>«Утверждаю» И.О директор МБОУ «Урюмская СОШ»  Приткова Г.Н Приказ № 82 от 15.08.2023 г</p>
---	---	--



**Рабочая программа  
по алгебре и началам математического  
анализа для 11 класса**

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа углублённого уровня по алгебре и началам математического анализа для среднего общего образования разработана на основе фундаментального ядра общего образования и в соответствии с требованиями ФГОС к структуре и результатам освоения основных образовательных программ среднего общего образования. В ней соблюдается преемственность с примерной рабочей программой основного общего образования.

Программа включает в себя:

- 1) пояснительную записку, в которой конкретизируются общие цели среднего (полного) общего образования с учётом специфики курса алгебры и начал математического анализа;
- 2) описание места предмета в учебном плане;
- 3) планируемые результаты освоения курса;
- 4) содержание курса углублённого уровня;
- 5) тематическое планирование с определением основных видов учебной деятельности обучающихся;

Практическая значимость школьного курса алгебры и начал математического анализа обусловлена тем, что его объектами являются фундаментальные структуры и количественные отношения действительного мира. Математическая подготовка необходима для понимания принципов устройства и использования современной техники, восприятия научных и технических понятий и идей. Математика является языком науки и техники. С её помощью моделируются и изучаются явления и процессы, происходящие в природе.

Курс алгебры и начал математического анализа является одним из опорных курсов старшей школы: он обеспечивает изучение других дисциплин. В первую очередь это относится к предметам естественно-научного цикла, в частности к физике. Развитие логического мышления учащихся при изучении алгебры и начал математического анализа способствует усвоению предметов гуманитарного цикла. Практические умения и навыки математического характера необходимы для трудовой и профессиональной подготовки школьников.

Развитие у учащихся правильных представлений о сущности и происхождении математических абстракций, соотношении реального и идеального, характере отражения математической наукой явлений и процессов реального мира, месте алгебры и математического анализа в системе наук и роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения учащихся, а также формированию качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе.

Требую от учащихся умственных и волевых усилий, концентрации внимания, активности развитого воображения, математика развивает нравственные черты личности (настойчивость, целеустремлённость, творческую активность, самостоятельность, ответственность, трудолюбие, дисциплину и критичность мышления) и умение аргументированно отстаивать свои взгляды и убеждения, а также способность принимать самостоятельные решения.

Изучение курса алгебры и начал математического анализа существенно расширяет кругозор учащихся, знакомя их индукцией и дедукцией, обобщением и конкретизацией, анализом и синтезом, классификацией и систематизацией, абстрагированием, аналогией. Активное использование задач на всех этапах учебного процесса развивает творческие способности школьников.

При обучении алгебре и началам математического анализа формируются умения и навыки умственного труда — планирование своей работы, поиск рациональных путей её выполнения, критическая оценка результатов. В процессе обучения школьники должны научиться излагать свои мысли ясно и исчерпывающе, лаконично и ёмко, приобрести навыки чёткого, аккуратного и грамотного выполнения математических записей.

Важнейшей задачей школьного курса алгебры и начал математического анализа является развитие логического мышления учащихся. Сами объекты математических умозаключений и принятые в математике правила их конструирования способствуют формированию умений обосновывать и доказывать суждения, приводить чёткие определения, развивают логическую интуицию, кратко и наглядно вскрывают механизм логических построений и учат их применению.

Тем самым курс алгебры и начал математического анализа занимает ведущее место в формировании научно-теоретического мышления школьников. Раскрывая внутреннюю гармонию математики, формируя понимание красоты и изящества математических рассуждений, способствуя восприятию математических форм, математика тем самым вносит значительный вклад в эстетическое воспитание учащихся. Её изучение развивает воображение школьников, существенно обогащает и развивает их пространственные представления.

В соответствии с принятой Концепцией развития математического образования в Российской Федерации математическое образование должно решать, в частности, следующие ключевые задачи:

- предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе;
- обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.;
- в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования.

Соответственно выделяются три направления требований к результатам математического образования:

1. Практико-ориентированное математическое образование (математика для жизни).
2. Математика для использования в профессии, не связанной с математикой.
3. Творческое направление, на которое нацелены те обучающиеся, которые планируют заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, физики, экономики и других областях.

В соответствии с Законом об образовании РФ (ст. 12 п. 7) организации, осуществляющие образовательную деятельность, реализуют эти требования в образовательном процессе с учётом примерной основной образовательной программы как на основе учебно-методических комплектов соответствующего уровня, входящих в Федеральный перечень МОиН РФ, так и с возможным использованием иных источников учебной информации (учебно-методические пособия, образовательные порталы и сайты и др.).

В соответствии с требованиями в программах выделены два уровня: **базовый** и **углублённый**.

Цели освоения программы базового уровня — обеспечение возможности использования математических знаний и умений в повседневной жизни и возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.

Программа углублённого уровня предназначена для профильного изучения математики; при выполнении этой программы предъявляются требования, соответствующие направлению «математика для профессиональной деятельности»; вместе с тем выпускник получает возможность изучить математику на гораздо более высоком уровне, что создаст фундамент для дальнейшего серьёзного изучения математики в вузе.

**Общая характеристика учебного предмета.** Математическое образование играет важную роль и в практической, и в духовной жизни общества. Практическая сторона связана с созданием и применением инструментария, необходимого человеку в его продуктивной деятельности, духовная сторона – с интеллектуальным развитием человека, формированием характера и общей культуры.

Без конкретных знаний по алгебре и началам математического анализа затруднено понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретация разнообразной социальной, экономической, политической информации, малоэффективна повседневная практическая деятельность. Каждому человеку в своей жизни приходится выполнять расчёты, читать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков, понимать вероятностный характер случайных событий, составлять несложные алгоритмы и др.

Изучение данного курса завершает формирование **ценностно-смысловых установок и ориентаций** учащихся в отношении математических знаний и проблем их использования в рамках среднего общего образования. Курс способствует формированию умения видеть и понимать их значимость для каждого человека независимо от его профессиональной деятельности; умения различать факты и оценки, сравнивать оценочные выводы, видеть их связь с критериями оценок и связь критериев с определённой системой ценностей.

Без базовой математической подготовки невозможна постановка образования современного человека. В школе математика служит опорным предметом для изучения смежных дисциплин. Реальной необходимостью в наши дни становится непрерывное образование, что требует полноценной базовой общеобразовательной подготовки, в том числе и по алгебре и началам математического анализа.

Для жизни в современном обществе важным является формирование математического стиля мышления. Объекты математических умозаключений и правила их конструирования вскрывают механизм логических построений, вырабатывают умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым развивают логическое мышление. Алгебре и началам математического анализа принадлежит ведущая роль в формировании алгоритмического мышления, воспитании умений действовать по заданному алгоритму. В ходе решения задач – основной учебной деятельности на уроках математики – развиваются творческая и прикладная стороны мышления.

Обучение алгебре и началам математического анализа даёт возможность развивать у учащихся точную, лаконичную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые (в частности, символические, графические) средства, т. е. способствует формированию **коммуникативной культуры**, в том числе — умению ясно, логично, точно и последовательно излагать свою точку зрения, использовать языковые средства, адекватные обсуждаемой проблеме.

Дальнейшее развитие приобретут и **познавательные действия**. Учащиеся глубже осознают основные особенности математики как формы человеческого познания, научного метода познания природы, а также возможные сферы и границы её применения.

Математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека. Необходимыми компонентами общей культуры являются общее знакомство с методами познания действительности, представление о методах математики, их отличиях от методов естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения прикладных задач. Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений.

В результате целенаправленной учебной деятельности, осуществляемой в формах учебного исследования, учебного проекта, получит дальнейшее развитие способность к **информационно-поисковой деятельности**: самостоятельному отбору источников информации в соответствии с поставленными целями и задачами. Учащиеся научатся систематизировать информацию по заданным признакам, критически оценивать и интерпретировать информацию. Изучение курса будет способствовать развитию **ИКТ-компетентности** учащихся.

Получит дальнейшее развитие способность к **самоорганизации и саморегуляции**. Учащиеся получают опыт успешной, целенаправленной и результативной учебно-предпрофессиональной деятельности; освоят на практическом уровне умение планировать всю деятельность и управлять ею во времени; использовать ресурсные возможности для достижения целей; осуществлять выбор конструктивных стратегий в трудных ситуациях; самостоятельно реализовывать, контролировать и осуществлять коррекцию учебной и познавательной деятельности на основе предварительного планирования и обратной связи, получаемой от педагогов.

Содержательной основой и главным средством формирования и развития всех указанных способностей служит целенаправленный отбор учебного материала, который ведётся на основе принципов *научности* и *фундаментальности*, *историзма*, *доступности* и *непрерывности*, *целостности* и *системности* математического образования, его *связи с техникой, технологией, жизнью*.

Содержание по алгебре и началам математического анализа формируется на основе Фундаментального ядра школьного математического образования. Оно представлено в виде совокупности содержательных линий, раскрывающих наполнение Фундаментального ядра школьного математического образования применительно к старшей школе. Программа регламентирует объём материала, обязательного для изучения, но не задаёт распределения его по классам. Поэтому содержание данного курса включает следующие разделы: «*алгебра*»; «*математический анализ*»; «*вероятность и статистика*».

Содержание раздела «Алгебра» способствует формированию у учащихся математического аппарата для решения задач окружающей реальности. Продолжается изучение многочленов с целыми коэффициентами, методов нахождения их рациональных корней. Происходит развитие и завершение базовых знаний о числе. Тема «Комплексные числа» знакомит учащихся с понятием комплексного числа, правилами действий с ними, различными формами записи комплексных чисел, решением простейших уравнений в поле комплексных чисел и завершает основную содержательную линию курса школьной математики «Числа». Основное назначение этих вопросов связано с повышением общей математической подготовки учащихся, освоением простых и эффективных приёмов решения алгебраических задач.

Раздел «Математический анализ» представлен тремя основными темами: «элементарные функции», «производная» и «интеграл». Содержание этого раздела нацелено на получение школьниками конкретных знаний о функции как важнейшей модели описания и исследования разнообразных реальных процессов. Изучение степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функций продолжает знакомство учащихся с основными элементарными функциями, начатое в основной школе. Помимо овладения непосредственными умениями решать соответствующие уравнения и неравенства, у учащихся формируется запас геометрических представлений, лежащих в основе объяснения правомерности стандартных и эвристических приёмов решения задач.

Темы «Производная» и «Интеграл» содержат традиционно трудные вопросы для школьников, даже для тех, кто выбрал изучение математики на углублённом уровне, поэтому их изложение предполагает опору на геометрическую наглядность и на естественную интуицию учащихся, — более чем на строгие определения. Тем не менее знакомство с этим материалом даёт представление учащимся об общих идеях и методах математической науки.

При изучении раздела «Вероятность и статистика» рассматриваются различные математические модели, позволяющие измерять и сравнивать вероятности различных событий, делать выводы и прогнозы. Этот материал необходим прежде всего для формирования у учащихся функциональной грамотности — умения воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей. К этому разделу относятся также сведения из логики, комбинаторики и теории графов, значительно варьирующиеся в зависимости от типа программы.

**Место предмета в учебном плане.** Базисный учебный (образовательный) план для изучения предмета «Математика» отводит на базовом уровне от 4 учебных часа в неделю и на углублённом уровне от 6 учебных часа (1-й вариант) или от 8 учебных часа (2-й вариант) в неделю в 10—11 классах. Поэтому на изучение алгебры и начал математического анализа отводится 2,5 учебных часа в неделю в течение каждого года обучения для базового уровня, всего 85 уроков и 4 или 6 учебных часа для углублённого уровня, всего 136 или 180 уроков соответственно. Распределение учебного времени представлено в таблице.

Предмет	Количество часов					
	Базовый уровень		1- Углублённый уровень			
			й вариант		2-й вариант	
10 класс	11 класс	10 класс	11 класс	10 класс	11 класс	

Математика (интегрированный курс)	136	136				
Геометрия	51	51	68	68	102	102
Алгебра и начала математического анализа	85	85	136	136	180	180

**МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

**Углублённый уровень**

Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики (1-й уровень планируемых результатов), выпускник **научится**, а также **получит возможность научиться** для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук (2-й уровень планируемых результатов, выделено курсивом).

**Элементы теории множеств и математической логики**

- Свободно оперировать<sup>1</sup> понятиями: множество, пустое, конечное и бесконечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств;
- <sup>1</sup> Здесь и далее — знать определение понятия, знать и уметь доказывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.
- применять числовые множества на координатной прямой: отрезок, интервал, полуинтервал, промежутки с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- задавать множества перечислением и характеристическим свойством;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений;
- *оперировать понятием определения, основными видами определений и теорем;*
- *понимать суть косвенного доказательства;*
- *оперировать понятиями счётного и несчётного множества;*
- *применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств при решении задач.*

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов;
- *использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.*

**Числа и выражения**

- Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени  $n$ , множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;
- понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;
- переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;
- доказывать и использовать признаки делимости, суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;
- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;

- сравнивать действительные числа разными способами;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;
- находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
- выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений;
- *свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;*
- *понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;*
- *владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач;*
- *иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;*
- *свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;*
- *владеть формулой бинома Ньютона;*
- *применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД, Китайскую теорему об остатках, Малую теорему Ферма;*
- *применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;*
- *применять при решении задач цепные дроби, многочлены с действительными и целыми коэффициентами;*
- *владеть понятиями приводимые и неприводимые многочлены и применять их при решении задач;*
- *применять при решении задач Основную теорему алгебры; простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования.*

#### **В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- выполнять и объяснять результаты сравнения результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближённых вычислений, используя разные способы сравнений;
- записывать, сравнивать, округлять числовые данные;
- использовать реальные величины в разных системах измерения;
- составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

#### **Уравнения и неравенства**

- Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;
- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;
- овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;
- применять теорему Безу к решению уравнений;
- применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;
- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;

- владеть разными методами доказательства неравенств;
- решать уравнения в целых числах;
- изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;
- свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений;
- *свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;*
- *свободно решать системы линейных уравнений;*
- *решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;*
- *применять при решении задач неравенства Коши—Буняковского, Бернулли;*
- *иметь представление о неравенствах между среднимистепенными.*

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач из других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем, при решении задач из других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач из других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств.

**Функции**

- Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значения функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, чётная и нечётная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;
- владеть понятием степенная функция; строить её графики уметь применять свойства степенной функции при решении задач;
- владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;
- владеть понятием логарифмическая функция; строить её график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;
- владеть понятием тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;
- владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;
- применять при решении задач свойства функций: чётность, периодичность, ограниченность;
- применять при решении задач преобразования графиков функций;
- владеть понятиями числовые последовательности, арифметическая и геометрическая прогрессия;
- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий;
- *владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;*
- *применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков.*

**В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:**

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т. п.),

- интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радио связи и т. п. (амплитуда, период и т. п.).

### **Элементы математического анализа**

- Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;
- применять для решения задач теорию пределов;
- владеть понятиями бесконечно большие числовые последовательности и, бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;
- владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;
- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;
- исследовать функции на монотонность и экстремумы;
- строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;
- владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями первообразная, определённый интеграл;
- применять теорему Ньютона—Лейбница и её следствия для решения задач;
- *свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;*
- *свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;*
- оперировать понятием первообразной для решения задач;
- овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона—Лейбница и его простейших применениях;
- оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;
- уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;
- уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;
- уметь выполнять приближённые вычисления (методы решения уравнений, вычисления определённого интеграла);
- уметь применять приложение производной и определённого интеграла к решению задач естествознания;
- владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость.

### **В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:**

- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов, интерпретировать полученные результаты.

### **Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика, теория графов**

- Оперировать основными описательными характеристиками числового набора; понятием генеральная совокупность и выборка из неё;
- оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;
- владеть основными понятиями комбинаторики и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление об основах теории вероятностей;
- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о совместных распределениях случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин;

- иметь представление о корреляции случайных величин;
- *иметь представление о центральной предельной теореме;*
- *иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;*
- *иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и её уровне значимости;*
- *иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;*
- *иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;*
- *владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;*
- *иметь представление о деревьях и уметь применять его при решении задач;*
- *владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач;*
- *уметь осуществлять пути по рёбрам, обходы рёбер и вершин графа;*
- *иметь представление об Эйлеровом и Гамильтоновом пути; иметь представление о трудности задачи нахождения Гамильтонова пути;*
- *владеть понятиями конечные счётные множества и счётные множества и уметь применять их при решении задач;*
- *уметь применять метод математической индукции;*
- *уметь применять принцип Дирихле при решении задач.*

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать методы подходящего представления и обработки данных.

**Текстовые задачи**

- Решать разные задачи повышенной трудности;
- анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- решать практические задачи и задачи из других предметов.

**История и методы математики** 11

- Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;
- понимать роль математики в развитии России;
- использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;
- пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов;
- *применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики).*

# СОДЕРЖАНИЕ

## Углублённый уровень

### Элементы теории множеств и математической логики

Понятие множества. Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами, их иллюстрации с помощью кругов Эйлера.

*Счётные и несчётные множества.*

Истинные и ложные высказывания (утверждения), операции над высказываниями. Кванторы существования и всеобщности. *Алгебра высказываний.*

Законы логики. *Основные логические правила.* Решение логических задач с использованием кругов Эйлера.

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Определения. Теоремы. *Виды доказательств. Математическая индукция.* Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

#### Числа и выражения

Множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел. Множество комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряжённые числа. Модуль и аргумент числа. *Тригонометрическая форма комплексного числа.*

Радианная мера угла. Тригонометрическая окружность. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Тригонометрические формулы приведения и сложения, формулы двойного и половинного угла. Преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение и обратные преобразования.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Число  $e$ . Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифмы.

Тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных и иррациональных выражений.

Метод математической индукции.

*Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. Системы счисления, отличные от десятичных. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.*

*Основная теорема алгебры. Приводимые и неприводимые многочлены. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.*

#### Уравнения и неравенства

Уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений.

Тригонометрические, показательные, логарифмические и иррациональные уравнения и неравенства. Типы уравнений. Решение уравнений и неравенств.

Метод интервалов для решения неравенств. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы тригонометрических, показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы тригонометрических, показательных, логарифмических и иррациональных неравенств.

Уравнения, системы уравнений с параметрами. *Неравенства с параметрами.*

*Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Формулы Виета. Теорема Безу. Диофантовы уравнения. Решение уравнений в комплексных числах.*

*Неравенства о средних. Неравенство Бернулли.*

#### Функции

Функция и её свойства; нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Периодическая функция и её наименьший период. Чётные и нечётные функции. *Функции «дробная часть числа»  $y = \{x\}$  и «целая часть числа»  $y = [x]$ .*

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций. Тригонометрические функции числового аргумента  $y = \cos x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ . Свойства и графики тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции, их главные значения,

свойства и графики.

Степенная, показательная, логарифмическая функции, их свойства и графики.

Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, симметрия относительно координатных осей и начала координат.

### **Элементы математического анализа**

Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Понятие предела функции в точке. *Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции.* Непрерывность функции. *Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса для непрерывных функций.*

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике.* Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

*Вторая производная, её геометрический и физический смысл.*

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении прикладных задач на максимум и минимум.*

Первообразная. Неопределённый интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Определённый интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объёмов тел вращения с помощью интеграла.

*Дифференциальные уравнения первого и второго порядка.*

### **Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов**

Правило произведения в комбинаторике. Соединения без повторений. Сочетания и их свойства. Биномиальная формула Ньютона. *Соединения с повторениями.*

Вероятность события. Сумма вероятностей несовместных событий. Противоположные события. Условная вероятность. Независимые события. Произведение вероятностей независимых событий. Формула Бернулли. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

*Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.*

Дискретные случайные величины и их распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчинённых нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).

*Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.*

Корреляция двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции.

*Статистическая гипотеза. Статистические критерии. Статистическая значимость. Проверка простейших гипотез.*

*Основные понятия теории графов.*

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Тематическое планирование реализует один из возможных подходов к распределению изучаемого материала для учебно-методических комплектов по алгебре и началам математического анализа.

В тематическом планировании разделы основного содержания по алгебре и началам математического анализа разбиты на темы в хронологии их изучения по соответствующим учебникам.

Особенностью примерного тематического планирования является то, что в нём содержится описание возможных видов деятельности учащихся в процессе усвоения соответствующего содержания, направленных на достижение поставленных целей обучения. Это ориентирует учителя на усиление деятельностного подхода в обучении, организацию разнообразной учебной деятельности, отвечающей современным психолого-педагогическим воззрениям, использование современных технологий.

Перечень учебных действий ученика не носит нормативного характера, его не следует рассматривать в качестве требований ни к учителю, ни к ученику.

Следует также обратить внимание на то, что характеристика учебных действий ученика в предлагаемом тематическом планировании относится к предметной области. Универсальные учебные действия конкретизированы в «Программе развития и формирования универсальных учебных действий».

Планирование по алгебре и началам математического анализа представлено в соответствии с базисным учебным планом.

### Углублённый уровень

4 ч в неделю, всего 272 ч (по 2 часа в неделю в 10 и 11 классах)

Номер параграфа	Содержание материала	Количество часов	Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий)
<b>11 класс</b>			
<b>Глава VII. Тригонометрические функции</b>		<b>20</b>	По графикам функций описывать их свойства (монотонность, ограниченность, чётность, нечётность, периодичность). Приводить примеры функций (заданных с помощью формулы или графика), обладающих заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл перечисленных свойств. Изображать графики сложных функций с помощью графопостроителей, описывать их свойства.
38	Область определения и множество значений тригонометрических функций	3	
39	Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций	3	
40	Свойство функции $y = \cos x$ и её график	3	
41	Свойство функции $y = \sin x$ и её график	3	
42	Свойства и графики функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$	2	
43*	Обратные тригонометрические функции	3	

	<p>Урок обобщения и систематизации знаний</p> <p>Контрольная работа № 1</p>	<p>2</p> <p>1</p>	<p>Решать простейшие тригонометрические неравенства, используя график функции. Распознавать графики тригонометрических функций, графики обратных тригонометрических функций. Применять и доказывать свойства обратных тригонометрических функций. Строить графики элементарных функций, используя графопостроители, изучать свойства элементарных функций по их графикам, формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих элементарные функции, и проверять их. Выполнять преобразования графиков элементарных функций: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат. Применять другие элементарные способы построения графиков. Уметь применять различные методы доказательств истинности</p>
--	---	-------------------	--

<b>Глава VIII. Производная и её геометрический смысл</b>		<b>20</b>	
44	Производная	3	<p>Приводить примеры монотонной числовой последовательности, имеющей предел. Вычислять пределы последовательностей. Выяснять, является ли последовательность сходящейся. Приводить примеры функций, являющихся непрерывными, имеющих вертикальную, горизонтальную асимптоту. Записывать уравнение каждой из этих асимптот. Уметь по графику функции определять промежутки непрерывности и точки разрыва, если такие имеются. Уметь доказывать непрерывность функции.</p> <p>Находить угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке. Находить мгновенную скорость движения материальной точки.</p> <p>Анализировать пове-</p>
45	Производная степенной функции	3	
46	Правила дифференцирования	3	
47	Производные некоторых элементарных функций	4	
48	Геометрический смысл производной	4	
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	
	Контрольная работа № 2	1	

дение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций.

Находить производные элементарных функций. Находить производные суммы, произведения и частного двух функций, производную сложной функции

$$y = f(kx + b).$$

Объяснять и иллюстрировать понятие предела последовательности. Приводить примеры последовательностей, имеющих предел и не имеющих предела.

Пользоваться теоремой о пределе монотонной ограниченной последовательности.

Выводить формулы длины окружности и площади круга.

Объяснять и иллюстрировать понятие предела функции в точке. Приводить примеры функций, не имеющих предела в некоторой точке.

		<p>Вычислять пределы функций.</p> <p>Анализировать поведение функций на различных участках области определения. Находить асимптоты.</p> <p>Вычислять приращение функции в точке. Составлять и исследовать разностное отношение. Находить предел разностного отношения.</p> <p>Вычислять значение производной функции в точке (по определению).</p> <p>Находить угловой коэффициент касательной к графику функции в точке с заданной абсциссой.</p> <p>Записывать уравнение касательной к графику функции, заданной в точке.</p> <p>Находить производную сложной функции, обратной функции.</p> <p>Применять понятие производной при решении задач</p>
--	--	---

<b>Глава IX. Применение производной к исследованию функций</b>		<b>18</b>	Находить вторую производную и ускорение процесса, описываемого с помощью формулы.
49	Возрастание и убывание функции	2	Находить промежутки возрастания и убывания функции.
50	Экстремумы функции	3	Доказывать, что заданная функция возрастает (убывает) на указанном промежутке.
51	Применение производной к построению графиков функций	4	Находить точки минимума и максимума функции.
52	Наибольшее и наименьшее значения функции	3	Находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
53*	Выпуклость графика функций, точки перегиба	3	Находить наибольшее и наименьшее значения функции. Исследовать функцию с помощью производной и строить её график.
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	Применять производную при решении текстовых, геометрических, физических и других задач
	Контрольная работа № 3	1	
<b>Глава X. Интеграл</b>		<b>17</b>	Вычислять приближённое значение площади криволинейной трапеции.
54	Первообразная	2	
55	Правила нахождения первообразных	2	

56	Площадь криволинейной трапеции и интеграл	3	<p>Находить первообразные функций:  <math>y = x^p</math>, где <math>p \in \mathbf{R}</math>,  <math>y = \sin x</math>, <math>y = \cos x</math>,  <math>y = \operatorname{tg} x</math>. Находить первообразные функций: <math>f(x) + g(x)</math>, <math>kf(x)</math> и <math>f(kx + b)</math>.</p> <p>Вычислять площади криволинейной трапеции с помощью формулы Ньютона—Лейбница.</p> <p>Находить приближённые значения интегралов.</p> <p>Вычислять площадь криволинейной трапеции с помощью интеграла</p>
57	Вычисление интегралов. Вычисление площадей фигур с помощью интегралов	2	
58		3	
59	Применение производной интеграла к решению практических задач	2	
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	
	Контрольная работа № 4	1	
<b>Глава XI. Комбинаторика</b>		<b>13</b>	<p>Применять при решении задач метод математической индукции.</p> <p>Применять правило произведения при выводе формулы числа перестановок.</p> <p>Создавать математические модели для решения комбинаторных задач с помощью подсчёта числа размещений, перестановок и сочетаний. Находить число перестановок</p>
60	Правило произведения	2	
61	Перестановки	2	
62	Размещения	2	
63	Сочетания и их свойства	2	
64	Бином Ньютона	2	
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	
	Контрольная работа № 5	1	

			<p>с повторениями.  Решать комбинаторные задачи, сводящиеся к подсчёту числа сочетаний с повторениями.  Применять формулу бинома Ньютона.  При возведении бинома в натуральную степень находить биномиальные коэффициенты при помощи треугольника Паскаля</p>
<b>Глава XII. Элементы теории вероятностей</b>		<b>13</b>	Приводить примеры случайных, достоверных и невозможных событий.
65	События	1	Знать определение суммы и произведения событий. Знать определение вероятности события в классическом понимании.
66	Комбинация событий. Противоположное событие	2	Приводить примеры несовместных событий. Находить вероятность суммы несовместных событий.
67	Вероятность события	2	Находить вероятность суммы произвольных событий.
68	Сложение вероятностей	2	Иметь представление об условной ве-
69	Независимые события. Умножение вероятностей	2	
70	Статистическая вероятность	2	
	Урок обобщения и систематизации знаний	1	
	Контрольная работа № 6	1	

			<p>роятности событий. Знать строгое определение независимости двух событий.</p> <p>Иметь представление о независимости событий и находить вероятность совместного наступления таких событий.</p> <p>Вычислять вероятность получения конкретного числа успехов в испытаниях Бернулли</p>
<b>Глава XIII. Статистика</b>		<b>9</b>	<p>Знать понятие случайной величины, представлять распределение значений дискретной случайной величины в виде частотной таблицы, полигона частот (относительных частот). Представлять распределение значений непрерывной случайной величины представлять в виде частотной таблицы и гистограммы. Знать понятие генеральной совокупности и выборки. Приводить примеры репрезентативных выборок значений случайной величины.</p>
71	Случайные величины	2	
72	Центральные тенденции	2	
73	Меры разброса Урок обобщения и систематизации знаний Контрольная работа № 7	3  1  1	

		<p>Знать основные центральные тенденции: моду, медиану, среднее. Находить центральные тенденции учебных выборок. Знать, какая из центральных тенденций наилучшим образом характеризует совокупность. Иметь представление о математическом ожидании. Вычислять значение математического ожидания случайной величины с конечным числом значений. Знать основные меры разброса значений случайной величины: размах, отклонение от среднего и дисперсию. Находить меры разброса случайной величины с небольшим числом различных её значений</p>
<p><b>Итоговое повторение курса алгебры и начал математического анализа</b></p>	<p><b>26</b></p>	

## Учебно-методический комплект

1. *Алимов Ш. А., Колягин Ю. М., Ткачёва М. В.* и др. Алгебра и начала математического анализа. 10—11 классы. Базовый и углублённый уровни
2. *Шабунин М. И., Ткачёва М. В., Фёдорова Н. Е.* и др. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 10 класс. Базовый и углублённый уровни
3. *Ткачёва М. В., Фёдорова Н. Е.* Алгебра и начала математического анализа. Тематические тесты. 10 класс. Базовый и углублённый уровни
4. *Фёдорова Н. Е.* Изучение алгебры и начал анализа. Книга для учителя. 10—11 классы
5. *Шабунин М. И., Ткачёва М. В., Фёдорова Н. Е.* и др. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 11 класс. Базовый и углублённый уровни
6. *Ткачёва М. В.* Алгебра и начала математического анализа. Тематические тесты. 11 класс. Базовый и углублённый уровни

## Дополнительная литература

1. *Агаханов Н. Х.* Математика. Районные олимпиады: 6—11 классы / Н. Х. Агаханов, О. К. Подлипский. — М.: Просвещение, 2010.
2. *Александров П. С.* Энциклопедия элементарной математики. Книга II. Алгебра / П. С. Александров, А. И. Маркушевич, А. Я. Хинчин. — М. — Л.: ГИТТЛ, 1951.
3. *Александров П. С.* Энциклопедия элементарной математики. Книга III. Функции и пределы (основы анализа) / П. С. Александров, А. И. Маркушевич, А. Я. Хинчин. — М.; Л.: ГИТТЛ, 1952.
4. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. — М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит.-ры, 1962.

5. *Вилейтнер Г.* Хрестоматия по истории математики / Г. Вилейтнер. — М.: Книжный дом «Либроком», 2010.
6. *Виленкин Н. Я.* Комбинаторика / Н. Я. Виленкин. — М.: Наука, 1969.
7. *Глейзер Г. И.* История математики в школе: IX—X кл.: пособие для учителей / Г. И. Глейзер. — М.: Просвещение, 1983.
8. *Гнеденко Б. В.* Очерк по истории теории вероятностей / Б. В. Гнеденко. — М.: Либроком, 2013.
9. *Куланин Е. Д.* Три тысячи конкурсных задач по математике / Е. Д. Куланин, В. П. Норин, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. — М.: Айрис-пресс, 2003.
10. *Курант Р.* Что такое математика? / Р. Курант, Г. Роббинс. — М.: МЦНМО, 2001.
11. *Лютикас В. С.* Факультативный курс по математике. Теория вероятностей: учеб. пособие для 9—11 кл. средней школы / В. С. Лютикас. — М.: Просвещение, 1990.
12. *Перельман Я. И.* Занимательная алгебра. Занимательная геометрия / Я. И. Перельман. — М.: АСТ: Астрель, 2002.
13. *Плотцкий А.* Вероятность в задачах для школьников / А. Плотцкий. — М., 1996.
14. *Реньи А.* Трилогия о математике / А. Реньи. — М.: Мир, 1980.
15. *Садовничий Ю. В.* Математика. Тематическая подготовка к ЕГЭ / Ю. В. Садовничий. — М.: Илекса, 2011.
16. *Сергеев И. Н.* ЕГЭ. Математика. Задания типа С / И. Н. Сергеев. — М.: Экзамен, 2009.
17. *Халамайзер А. Я.* Комбинаторика и бином Ньютона / А. Я. Халамайзер. — М.: Просвещение, 1980.
18. *Шевкин А. В.* Текстовые задачи по математике: 7—11 кл. / А. В. Шевкин. — М.: Илекса, 2012.
19. *Шевкин А. В.* Школьная математическая олимпиада. Задачи и решения. Вып. 1, 2 / А. В. Шевкин. — М.:

- Илекса, 2008—2012.
20. *Шевкин А. В.* ЕГЭ. Математика. Задания С6 / А. В. Шевкин, Ю. О. Пукас. — М.: Экзамен, 2012.
  21. *Шибасов Л. П.* За страницами учебника математики: математический анализ. Теория вероятностей: пособие для учащихся 10—11 кл. / Л. П. Шибасов, З. Ф. Шибасова. — М.: Просвещение, 2008.

### **Интернет-библиотеки**

1. Интернет-библиотека сайта Московского центра непрерывного математического образования.  
<http://ilib.mccme.ru/>
2. Математические этюды.  
<http://etudes.ru>
3. Научно-популярный физико-математический журнал «Квант».  
<http://kvant.mccme.ru/>